SOLUZIONI

1. Ogni somma che si ottiene nelle ore da 20 a 23 può essere ottenuta sicuramente uguale nelle ore da 11 a 14 (dato che 2 + i = 1 + (i + 1), i = 0, 1, 2, 3), così come ogni somma che si ottiene nelle ore da 02 a 09 può essere ottenuta anche nelle ore da 11 a 18. Per trovare ore come richiesto, restano soltanto i periodi da 00:00 a 01:59 e da 15:00 a 19:59. Di questi soltanto quelli con somma di minuti minima e massima, rispettivamente, non sono ottenibili in altro modo. Dato che alla mezzanotte i parlamentari sono fuori, la risposta è 1959.

2. Non può che essere d = 9; dunque c = 6 e b = 9. Il riporto dalla terza colonna forza un riporto sulla quarta dove c'è 0, che forza dunque un riporto sulla quinta; lo 0 che si trova qui forza un riporto sulla sesta (la più a sinistra). Dunque a = 7.

3. I triangoli di Maggioranza e Opposizione sono isosceli e hanno un lato obliquo in comune; dunque i lati obliqui sono tutti uguali: anche il triangolo degli Indecisi è isoscele. Dato che uno di questi (dunque tutti) è uguale al lato di base degli Indecisi, il triangolo degli Indecisi è equilatero. L'angolo al vertice del triangolo della Maggioranza è 140°, quello del triangolo degli Indecisi è 60°; perciò quello del triangolo dell'Opposizione è $360^\circ - (140 + 60)^\circ = 160^\circ$. I lati alla base di questo triangolo sono di 10°. Gli angoli del giardino sono 80°, 70° e 30°.

4. Dall'informazione dei primi due pacchi, sottraendo il valore del primo al quello del secondo, si troverebbe che ♥ = 30.

   Di conseguenza, ♦ = 10.

   Dal terzo pacco si ricaverebbe che ♠ = $\frac{40}{3}$

   dal quarto che ♠ = 45,

   dal quinto che ♠ = 18.

   Purtroppo i tre valori non sono uguali. Dunque il valore di uno dei primi due pacchi è quello sbagliato. Conviene usare i valori degli ultimi due pacchi, sicuramente corretti, per determinare il valore di ♦, ♠.

   $$\begin{cases} 4\,\blacklozenge + 2\spadesuit = 130 \\ \blacklozenge + 5\spadesuit = 100 \end{cases}$$

   Così ♠ = 15 e ♦ = 25. Dal terzo pacco ♥ = 140–3(15+25) =20. Controllando ora i valori dei primi due pacchi, si trova che il secondo pacco vale 90.

5. Romano non viaggia con Silvio, né con Massimo perché dovrebbe andare in aereo, né con Francesco o Gianfranco che fanno già gruppo. Dunque viaggia con Umberto in autobus. Massimo viaggia con Silvio in aereo, Francesco e Gianfranco viaggiano in treno.

6. Servono almeno 4014 calzini. Ne servono di più soltanto se capita di prendere un numero dispari di calzini di un colore. Dato che i colori sono 6, prendendone un numero dispari possono restare al massimo 5 calzini spaiati. Basta prenderne 4019.

7. Sia v il numero degli elettori che ha votato "Sì". Dunque $3600=\frac{1}{10}v+\frac{9}{10}(10000-v)$

   Perciò $\frac{54000}{8}$ v = = 6750.

8. Il numero S è una potenza intera di 2007; perciò il più grande fattore primo di S è il più grande fattore primo di 2007 = 223 × 9.

9. L'aiuola è simmetrica rispetto a una (qualunque delle due rette): si consideri dunque soltanto uno dei due semicerchi. Sia x la misura dell'angolo da trovare. L'area con i fiori rossi è proporzionale a

   $(180 - x) \times 1^2 + (180 - x) \times (3^2 - 2^2) + x \times (2^2 - 1^1) = 6 \times 180 - 3x$;

   l'area con i fiori verdi è proporzionale a

   $x \times 1^2 + x \times (3^2 - 2^2) + (180 - x) \times (2^2 - 1^1) = 3 \times 180 + 3x$.

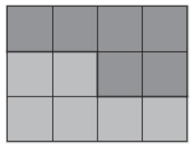
SOLUZIONI

Dunque $2 \times 180 - x = \frac{3}{2}(180 - x)$, cioè

$x = \frac{180}{5} = 36.$

10.Dopo il 2000, l’unico anno in cui vi è stata una grande vittoria è stato il 2001, dato che 2001 + 3 + 3 = 2007. Tra il 1900 e il 1999, la somma delle cifre è compresa tra 10 e 28, la somma di queste è compresa tra 1 e 10. Per ottenere 2007, l’anno deve essere tra il 1969 = 2007 − 38 e il 1996 = 2007−11. Provando, si trova che 1971 è un anno di grandi vittorie. Si nota poi che, per ogni anno che passa, la somma da controllare cambia per un multiplo di 3 dato che la variazione viene sommata invariabilmente tre volte. Dato che 1971 e 2007 sono multipli di 3, gli altri anni di grandi vittorie devono essere multipli di 3. Iniziando perciò dal 1974, si trova che 1980 e 1983 sono gli unici altri anni di grandi vittorie. La somma è 7941.

11. Per ottenere rettangoli facendo combaciare due L nelle due configurazioni possibili, i due lati di contatto verticali devono essere uguali, così come i due orizzontali. Per ottenere un quadrato in una della due configurazioni è necessario la lunghezza della somma di due verticali, diciamo, sia uguale a quella della somma di tre orizzontali. Così, se ℓ è la lunghezza di un lato orizzontale, 12ℓ è il perimetro del quadrato, mentre $2(2\ell + 3\,\frac{3}{2}\,\ell) = 7020$ mm è il perimetro del simbolo rettangolare, cioè



$\ell = \frac{7020}{13} = 540$ mm.

Il perimetro del quadrato è $540 \times 12 = 6480$.

12. Il cappellino galleggia sull’acqua seguendo la corrente; la barca viaggia a 3 km/h controcorrente per mezz’ora, poi viaggia a 3 km/h seguendo la corrente. Dal punto di vista del cappellino, la barca s’è allontanata, quindi riavvicinata alla stessa velocità: non serve conoscere i valori delle velocità, basta sapere che la velocità della barca rispetto alla corrente– e rispetto al cappellino– è la stessa, solo in direzioni opposte. Recuperano il cappellino dopo 60 minuti dalla caduta in acqua.

13. Il calcolo sembra impossibile, ma per fortuna i numeri 25 e 8 producono un multiplo di 100. Si deve sperare che si possa ridurre il calcolo a quanti son gli zeri in coda al numero:

$25^{3007} \times 8^{2007} = (5^2)^{3007} \times (2^3)^{2007} = (5 \times 2)^{6014} \times 2^7 = 128 \times 10^{6014}$.

Il numero 128 seguito da 6014 zeri ha 6017 cifre.

14. Uno smussamento genera tante facce quante quelle presenti prima dello smussamento con l’aggiunta di altrettante quanti i vertici smussati. In ogni vertice, con uno smussamento si generano tre vertici. Perciò basta calcolare la somma del numero dei vertici dall’inizio fino al quinto smussamento insieme con il numero di facce iniziali:

$6 + 8 + 8 \times 3 + 8 \times 3^2 + 8 \times 3^3 + 8 \times 3^4 + 8 \times 3^5 = 6 + 8\ \frac{3^6-1}{2} = 2918.$

15. La somma di tutti i parlamentari positivi nei cinque giorni è 71 + 76 + 80 + 82 + 91 = 400. Dato che la somma dei primi quattro deve essere divisibile per 4, i parlamentari positivi nel quinto giorno sono un multiplo di 4: 76 o 80. Se questi sono 76, allora i positivi prima del quinto giorno sono 400 − 76 = 324 che è un multiplo di 3 e i positivi nel quarto giorno devono essere un multiplo di 3, ma nessuno dei numeri 71, 80, 82 e 91 lo è. Quindi i parlamentari positivi nel quinto giorno sono 80 e quelli positivi prima del quinto giorno sono 400 − 80 = 320. Il numero di positivi prima del quarto giorno deve essere un multiplo di 3 e 320 ha resto 2 nella divisione per 3. Tra 71, 76, 82 e 91, l’unico che ha resto 2 nella divisione per 3 è 71. Il numero di positivi prima del quarto giorno è così 320 − 71 = 249. Visto che il numero di positivi prima del terzo giorno deve essere divisibile per 2, il numero di positivi del terzo giorno deve essere 91.