

1. L'ora fatale

Al termine di una delicata votazione, il Presidente del Parlamento della Repubblica delle Banane allevia la tensione dei presenti con una osservazione frivola di tipo matematico. "Guardate l'orologio in quest'aula", afferma. "Per 24 ore la somma delle cifre che indica non sarà più uguale a quella che c'è ora. Noi però non possiamo restare qui a controllare in quanto, come sapete, dalla prossima mezzanotte fino alle 03:00 dovremo purtroppo interrompere i lavori per permettere le pulizie nell'aula". Sapendo che nell'aula c'è un normale orologio digitale che indica le ore da 00:00 a 23:59, determinare l'ora indicata.

Nella risposta utilizzare le 2 cifre a sinistra per indicare l'ora e le 2 cifre a destra per indicare i minuti.

2. La riconta

Nonostante siano passati parecchi mesi dalle elezioni, nella Repubblica delle Banane non si è ancora fatta del tutto chiarezza sui risultati. La nuova commissione che sta esaminando i verbali provenienti dai seggi si trova spesso di fronte a verbali pasticciati. In uno compare la seguente sottrazione

$$\begin{array}{r}
 a \quad 0 \quad 0 \quad 8 \quad c \quad 2 \quad - \\
 4 \quad \diamond \quad \heartsuit \quad 8 \quad 8 \quad d \quad = \\
 \hline
 2 \quad \clubsuit \quad \spadesuit \quad b \quad 7 \quad 3
 \end{array}$$

in cui lettere e simboli rappresentano cifre illeggibili (non è detto che simboli e lettere diversi rappresentino cifre diverse). Nonostante tutto la commissione riesce a ricostruire in parte il calcolo. Indicare nella risposta (da sinistra verso destra) le cifre corrispondenti alle lettere a, b, c, d.

3. Separati in casa

Il Parlamento della Repubblica delle Banane ha un cortile triangolare nel quale i Parlamentari sono soliti ricrearsi nelle pause tra i lavori. Per evitare scontri tra le 3 fazioni che si oppongono, si è deciso di suddividere il cortile in 3 zone triangolari mediante delle transenne che partono dai vertici del cortile e concorrono in un punto interno. Il triangolo della Maggioranza e quello dell'Opposizione sono isosceli con base sul lato del cortile che a loro compete. Il lato che hanno in comune è lungo quanto il lato di cortile che appartiene alla zona degli Indecisi. Sapendo che gli angoli alla base del triangolo della Maggioranza misurano 20, determinare gli angoli del cortile.

Nella risposta, dopo aver ordinato gli angoli (in gradi sessagesimali) dal maggiore al minore, utilizzare le 2 cifre a sinistra per indicare l'angolo di misura intermedia e le 2 cifre a destra per indicare l'angolo minore.

4. Ungere le ruote

In occasione delle festività natalizie, il responsabile di una grande società sull'orlo del fallimento ha preparato 5 pacchi dono per ingraziarsi i potenti di turno. I 5 pacchi contengono orologi, gioielli, quadri d'autore. Per non lasciare troppe tracce nel bilancio, si è appuntato la situazione nel modo seguente:

Pacco 1	Pacco 2	Pacco 3	Pacco 4	Pacco 5
110	80	140	130	100

È chiaro che i 3 simboli rappresentano i 3 tipi di oggetto, tutti dello stesso valore (nel senso che tutti gli orologi hanno lo stesso valore, così come i gioielli ed i quadri, ma ovviamente un orologio ed un gioiello possono avere valori diversi). È chiaro anche che il numero indicato sotto il pacco rappresenta il valore totale degli oggetti in esso contenuti, espresso in qualche misteriosa valuta. È chiaro infine che, per complicare ulteriormente le cose, uno dei 5 totali è stato volutamente sbagliato. Determinare come stanno le cose.

(Nella risposta utilizzare la cifra a sinistra per indicare il pacco dal valore sbagliato e le restanti 3 cifre per indicare il valore corretto. Se ad esempio si ritiene che il valore del quinto pacco dovrebbe essere 80 invece di 100, rispondere 5080.)

5. Amici nemici

Sei colleghi devono fare un viaggio di lavoro. A causa di alcune incompatibilità di carattere, decidono di viaggiare a gruppi di 2, usando mezzi di trasporto diversi: aereo, treno, autobus. Francesco viaggia con Gianfranco. Massimo prende l'aereo. Romano non vuole assolutamente viaggiare con Silvio, né prendere l'aereo. Umberto non viaggia in treno. Determinare con quali mezzi viaggeranno i 6 colleghi.

Per scrivere la risposta, usare la convenzione che aereo = 1, treno = 2, autobus = 3, quindi indicare, da sinistra verso destra, i mezzi di trasporto scelti da Francesco, Romano, Silvio, Umberto.

6. Finanziamenti occulti

Una nota ditta che produce calzini ha deciso di finanziare la politica nella Repubblica delle Banane. Per non scontentare nessuno ha inviato ai politici un container con 4000 calzini bianchi, 2000 neri, 1600 rossi, 1000 verdi, 800 gialli e 600 blu. Determinare il minimo numero di calzini che bisogna pescare a caso (tutti insieme) in modo da averne poi sicuramente a sufficienza per 2007 persone (si intende che ogni persona dovrà averne 2 dello stesso colore).

7. Exit polls

Ad un Referendum hanno partecipato 10.000 elettori, i quali hanno dovuto pronunciarsi sulla costruzione di un nuovo palazzetto in cui svolgere le gare a squadre. Tutti hanno regolarmente votato o "Sì" o "No". All'uscita dai seggi un'agenzia di sondaggi ha chiesto a tutti gli elettori di ripetere il proprio voto, in modo da preparare gli exit-polls. Tuttavia, come regolarmente accade, il 90% di quelli che hanno votato "Sì" ha dichiarato di aver votato "No", ed il 90% di quelli che hanno votato "No" ha dichiarato di aver votato "Sì". Sapendo che 3600 elettori hanno dichiarato di aver votato "Sì", determinare quanti effettivamente si sono espressi per il "Sì".

8. Tagli alla spesa

Per fronteggiare l'enorme indebitamento, il governo della Repubblica delle Banane ha varato un piano di tagli alla spesa pubblica. Tale piano prevede che la spesa in ognuno dei prossimi anni sarà il logaritmo della spesa dell'anno precedente e che tale logaritmo sia calcolato nella base data proprio dall'anno precedente. Così, per esempio, la spesa pubblica nel 2008 sarà il logaritmo in base 2007 della spesa pubblica del 2007, e analogamente la spesa pubblica nel 2009 sarà il logaritmo in base 2008 della spesa pubblica del 2008. Procedendo di questo passo, il governo prevede che nel 2011 la spesa pubblica sarà di soli 2 euro. Indicato con S il numero che indica la spesa pubblica di quest'anno (il 2007), determinare il più grande fattore primo di S.

9. L'aiuola bipartisan

Il disegno di un'aiuola è composto da 3 circonferenze concentriche di raggio 1, 2, 3 metri e da 2 rette passanti per il centro delle circonferenze. Le 3 circonferenze e le 2 rette determinano 12 regioni limitate, in ciascuna delle quali vengono piantati dei fiori rossi o verdi, avendo cura che 2 regioni con i fiori dello stesso colore abbiano al più un punto in comune. Sapendo che l'area con i fiori rossi è uguale ad una volta e mezza l'area con i fiori verdi, determinare la misura in gradi sessagesimali dei 2 angoli più piccoli formati dalle 2 rette.

10. Panem et circenses

Pochi sono i momenti in cui si può andare fieri di essere cittadini della Repubblica delle Banane. Tra questi, di sicuro al primo posto ci sono le vittorie nelle grandi competizioni sportive internazionali. Purtroppo queste si sono concentrate in pochi anni. Un esperto di numerologia ha notato che ciò è accaduto in tutti e soli gli anni con questa proprietà: "la somma del numero dell'anno, della somma delle sue cifre, e della somma delle cifre della somma delle cifre è uguale a 2007". Ad esempio, nel 2005 non vi sono state importanti vittorie in quanto $2005 + 7 + 7 \neq 2007$. Determinare la somma dei numeri di tutti gli anni (dal 1900 in poi) in cui si sono avute le grandi vittorie sportive.

11. Confluenze

Fatto incredibile: nella Repubblica delle Banane 2 partiti si sono uniti per fondarne uno solo. Per conservare traccia delle 2 diverse tradizioni, il simbolo del nuovo partito contiene un rettangolo suddiviso in 2 parti uguali di colore diverso, la cui forma ricorda vagamente una lettera L. Inoltre, se uno ritaglia le 2 parti, queste possono essere ricomposte per formare un quadrato. Supponendo di effettuare l'operazione a partire da un grande manifesto in cui il rettangolo ha un perimetro di 7020 millimetri, determinare, sempre in millimetri, il perimetro del quadrato che si viene a formare.

12. E il barcarolo va ...

Massimo sta portando la sua amica Giovanna su per un fiume con una barchetta. Massimo rema controcorrente ad una velocità costante rispetto alla riva di 1 Km/h mentre il fiume scorre con una velocità costante di 2 Km/h (sempre rispetto alla riva). Giovanna appoggia il suo cappellino sul bordo della barchetta e continuando a chiacchierare con Massimo non si accorge che il cappellino cade in acqua e si allontana galleggiando. Solo 30 minuti dopo la caduta del cappellino Giovanna si accorge di averlo perso. Massimo allora gira immediatamente la barca e insegue il capellino remando sempre allo stesso ritmo di prima (mantenendo dunque, in modulo, la stessa velocità relativa rispetto all'acqua). Trascurando il tempo che Massimo impiega a fare la virata, determinare quanti minuti intercorrono tra l'istante in cui il cappellino cade in acqua e quello in cui Giovanna riesce a recuperarlo.

13. La voragine

Nella Repubblica delle Banane ogni governo si lamenta dei buchi di bilancio lasciati dal governo precedente. Il governo precedente asseriva di aver trovato un debito di 25^{3007} euro. Il governo attuale, per rincarare la dose, asserisce di aver trovato un debito pari a quello lamentato dal governo precedente moltiplicato per 8^{2007} . Determinare quante cifre servirebbero per scrivere per esteso la rappresentazione decimale del numero che indica il debito stimato dal governo attuale.

14. Luci poliedriche

Nel salone delle feste del Parlamento vi è un lampadario supermoderno. La forma del lampadario è un poliedro che si può pensare ottenuto partendo da un cubo ed operando 6 "smussamenti". Il primo smussamento consiste nel prendere il cubo e tagliare via un piccolo tetraedro in corrispondenza di ogni vertice del cubo in cui concorrono 3 spigoli: si ottiene così un solido con 6 facce ottagonali (non necessariamente regolari) ed 8 facce triangolari. A questo punto si ripete nuovamente l'operazione di smussamento sul nuovo solido, eliminando un piccolo tetraedro in corrispondenza di ogni vertice del nuovo solido in cui concorrono 3 spigoli, e così via. Determinare quante sono le facce del lampadario.

15. Il buon esempio

Si sa che nella Repubblica delle Banane è fatto assoluto divieto ai Parlamentari di consumare, appunto, le banane. Per indagare sull'osservanza di tale disposizione, gli inviati di una nota trasmissione televisiva hanno, con un pretesto, prelevato dei campioni di materiale organico dai Parlamentari stessi, sottoponendoli poi ad analisi per smascherare l'eventuale consumo del frutto proibito. L'indagine si è svolta in 5 giorni consecutivi. Alla fine di ogni giornata gli inviati si sono appuntati il numero dei Parlamentari risultati positivi ed hanno anche calcolato il numero medio di positivi fino a quel giorno. Fatto strano, per 5 volte la media è risultata un intero. Sapendo che il numero dei positivi nei vari giorni è stato di 71, 76, 80, 82, 91 (non necessariamente nell'ordine), determinare quanti sono stati i positivi nel terzo e nel quarto giorno. (Nella risposta utilizzare le 2 cifre a sinistra per indicare il numero dei positivi il terzo giorno, e le 2 cifre a destra per il numero dei positivi del quarto giorno.)